**UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA**

Facultad de Ingeniería

Instituto de Computación

“MDVRP”

Introducción Estado del Arte de Proyecto de Grado

Javier de Prado

Alejandro García

Francisco Güella

Tutores

Sandro Moscatelli

Omar Viera

Índice

[Introducción 4](#_Toc405907552)

[Formulación de algunos problemas clásicos 5](#_Toc405907553)

[El problema del agente viajero (TSP) 5](#_Toc405907554)

[Complejidad del problema. 7](#_Toc405907555)

[El problema de rutas de vehículos o Vehicle Routing Problem (VRP) 7](#_Toc405907556)

[Variantes del VRP 9](#_Toc405907557)

[Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP) 11](#_Toc405907558)

[Bibliografía 16](#_Toc405907559)

# Introducción

Este documento trata sobre el estado del arte de MDVRP del proyecto de grado de la carrera Ingeniería en Computación de los estudiantes Francisco Güella, Alejandro García y Javier de Prado.

La gestión logística es un elemento clave en la estrategia empresarial, siendo una de sus funciones principales la distribución, y dentro de ella la capacidad para optimizar las rutas de transporte. En este contexto, las empresas deben analizar los factores más relevantes en el diseño de sus rutas vehiculares así como las metodologías más adecuadas para tal optimización. La optimización de una ruta engloba todas las acciones que contribuyen a la mejora de la función de distribución en términos de nivel de servicio, calidad y costos a través de decisiones de carácter estratégico, táctico y operativo. (REF)

El Problema de Ruteo de Vehículos con varios Depósitos (MDVRP, Multi Depot Vehicle Routing Problem) se define como una variante específica en el campo de la optimización combinatoria en el que un cierto número de clientes debe ser atendido por una flota de vehículos, de acuerdo a una serie de restricciones que definen las distintas variantes del problema. En este problema las empresas cuentan con depósitos distribuidos geográficamente en el territorio. Cada vehículo debe realizar una ruta que comience y finalice en un mismo depósito. Cada cliente está definido por una cierta demanda y sus coordenadas geográficas, utilizadas para determinar la distancia entre clientes y entre los clientes y los depósitos. Información adicional incluye la capacidad de los vehículos y la longitud máxima de una ruta. El objetivo del MDVRP común sería el de asignar los diferentes clientes a cada uno de los depósitos y generar un conjunto de rutas para una flota de vehículos que visite un cierto número de clientes geográficamente dispersos y con una demanda conocida, minimizando la distancia total requerida en el proceso. /(REF)

El problema MDVRP se suele presentar, o estudiar, como una generalización del problema VRP (Vehicle Routing Problem). El problema VRP consta de encontrar buenas rutas en el mismo contexto, con la diferencia de que se cuenta con un único depósito.

Dichos problemas de encontrar “buenas rutas” para los vehículos se pueden ver como el problema de acercarnos a un valor mínimo para algún criterio como puede ser distancia, tiempo, consumo de combustible, etc. En general a este criterio se lo presenta como “costo”. Cuando se plantea que un vehículo brinda servicio a un cliente, en ejemplos prácticos de la vida real, se puede traducir como el hecho de “repartir  o “recoger” mercadería. Por ejemplo, cuando un camión de Conaprole levanta la leche de los tambos, o cuando un camión de Zillertal reparte cerveza en los bares. En estos casos se dice que el vehículo brinda servicio a los clientes. También se podría plantear un problema en el cual no hay mercaderías sino simplemente servicios.

## Formulación de algunos problemas clásicos

En esta sección se dan los modelos matemáticos asociados a algunos problemas clásicos de ruteo de vehículos (TSP, VRP y MDVRP).

La componente geográfica de los problemas se modela a través de un grafo conexo . El conjunto de nodos representa los sitios que participan en el problema, es decir, clientes y depósitos, donde N es la cantidad total de clientes y depósitos. La existencia de un arco indica que es posible transportarse desde el sitio representado por al sitio representado por. Es usual que a cada arco se le asocie un costo que indica la manera más económica de transportarse de a .

Una ruta es un ciclo simple en con origen y destino en el depósito (en caso de que haya algún depósito en la formulación del problema), que representa la secuencia de visitas realizadas por el vehículo que recorre la ruta. El costo y el tiempo de una ruta se obtienen sumando los costos y tiempos de los arcos que forman el ciclo.

En la mayor parte de los casos será un grafo completo, pues en una red de transporte real dados dos sitios cualesquiera existe una manera de transportarse de uno al otro. No obstante, modelar la red de transporte mediante un grafo permite codificar ciertas características o restricciones directamente en los datos del problema. Por ejemplo, si el uso de un vehículo tiene un costo fijo, puede sumarse dicho valor al costo de todos los arcos de la forma donde es un cliente y 0 es el depósito.

|  |  |
| --- | --- |
| (a) Una instancia de del TSP | (b) Una solución factible |

Figura 1.1: Un TSP de ejemplo y una solución.

## El problema del agente viajero (TSP)

El problema VRP se ha planteado como una generalización del problema TSP (Travelling Salesman Problem) en 1959 por Dantzig y Ramser [2]. Dicho problema, en castellano “Problema del Agente Viajero” es el siguiente: Dada una lista de ciudades y las distancias entre cada una de ellas, ¿cuál es la ruta más corta posible que visita cada ciudad exactamente una vez y regresa a la ciudad origen?

Es el problema de encontrar un ciclo simple que visite todos los nodos del problema y cuyo costo total sea mínimo. En este problema no hay demandas y se cuenta con un solo vehículo. Tampoco existe un depósito (o, si existiera, no se distingue del resto de los nodos). En la Figura 1.1 se presenta una instancia del problema y una solución factible para la misma

La siguiente formulación del TSP como problema de programación entera binaria fue propuesta por Dantzig, Fulkerson y Johnson [REF] en 1954:

s.a.

(1.1)

(1.2)

(1.3)

(1.4)

(1.5)

|  |
| --- |
|  |

Figura 1.2: Una solución para la instancia de la Figura 1.1(a) formada por 3 sub-tours.

Las variables binarias indican si el arco pertenece a la ruta ( o no . La función objetivo (1.1) establece que el costo total de la solución es la suma de los costos de los arcos utilizados. La restricción (1.2) restringe los valores que puede tomar y las restricciones (1.3) y (1.4) indican que la ruta debe llegar y abandonar cada nodo exactamente una vez. Finalmente en la restricción (1.5) se utiliza el conjunto para prohibir soluciones sub-tour que cumplan las restricciones de asignación (1.2), (1.3) y (1.4). Esta restricción es llamada restricción de eliminación de sub-tours e impone que todo subconjunto de nodos debe ser abandonado al menos una vez. Si no se impusiera esta restricción se estaría admitiendo soluciones que constan de más de un ciclo, como la que se muestra en la Figura 1.2. Esta solución está formada por tres sub-tours y viola la restricción (1.5) para los conjuntos .

Se han propuesto varias alternativas para el conjunto . Algunas de estas alternativas son:

## Complejidad del problema.

El problema TSP es un problema NP-Duro, demostrado por Richard Karp en 1972 [3]. De dicha demostración se puede deducir que los problemas VRP y MDVRP son problemas NP-duros también. Esta es la razón por la cual el objetivo que se plantea generalmente es encontrar una “buena solución” y no la solución optima.

La complejidad NP-Duro del MDVRP, que aumenta exponencialmente a medida que lo hace el número de clientes, dificulta el desarrollo de métodos que resuelvan el problema de manera óptima en un tiempo razonable. No obstante, y a pesar de su elevado costo computacional, existen ejemplos prácticos de métodos exactos aplicados al MDVRP que serán tratados posteriormente. El enfoque más habitual a la hora de resolver este problema es el de aplicar métodos heurísticos o metaheurísticos, capaces de generar soluciones cercanas a la óptima sin incurrir en altos tiempos de ejecución y carga computacional.

## El problema de rutas de vehículos o Vehicle Routing Problem (VRP)

En el problema de rutas de vehículos como ye se menciono cada cliente tiene asociada una determinada demanda con . Se dispone de una flota de vehículos idénticos de los cuales cada uno tiene una capacidad . En algunos casos los vehículos son una cantidad finita y en otros una cantidad infinita. VRP clásico

s.a.

El objetivo del problema es diseñar un conjunto de rutas de costo mínimo, de modo que:

1. Cada ruta comienza y termina en el único depósito.
2. Cada cliente es visitado por exactamente una ruta.
3. La demanda de los clientes visitados en una misma ruta no supere la capacidad .

Dado un conjunto de clientes , denota su demanda total y indica la mínima cantidad de vehículos necesarios para visitarlos a todos respetando las restricciones del problema.

La siguiente formulación del VRP fue propuesta por Toth y Vigo [poner refernencia]: Basado en la Teoría de Grafos, donde G = (V, A) es un grafo completo. Siendo V = {0,...,n} el conjunto de vértices y A el conjunto de arcos. Los Vértices i = 1,...n corresponden a los clientes mientras que el vértice 0 corresponde al depósito. Un costo cij es asociado a cada arco de A y representa el costo de ir del vértice i al vertice j.

Siendo . Dicha variable toma el valor 1 si el arco que representa ir del cliente al cliente pertenece a la solución óptima y 0 en otro caso.

Sujeto a las siguientes restricciones:

* Todo cliente es un nodo intermedio de alguna ruta (exactamente un arco entra y sale de cada vértice):
* La cantidad de vehículos que sale del depósito coincida con la cantidad de vehículos que regresa:
* La cantidad de vehículos que abandonan un subconjunto de clientes no sea menor que la cantidad de vehículos necesarios para transportar la demanda de los clientes en . Con esto se logra eliminar los sub-tours y a la vez imponer que ninguna ruta sobrepase la capacidad de los vehículos:

Siendo .

En esta formulación se supone que la cantidad de vehículos disponibles no está acotada. Si hubiera una flota finita de vehículos, se debe agregar la restricción:

### Variantes del VRP

((( ver <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/4000/1/5196O75.pdf> ... punto 1.2 tipos de VRP)))

La base del problema es siempre el VRP original, pero en los casos reales, los diferentes VRP tienen una serie de restricciones con aspectos muy característicos que hacen que cada uno se enfoque de manera diferente. A continuación se encuentran expuestas algunas de las variantes principales del Vehicule Routing Problem, cuyos modelos pueden ser resueltos por algoritmos cada vez más avanzados en la búsqueda conjunta de mejorar la función objetivo mientras se respetan las restricciones del problema. En la siguiente figura se muestra la relación entre ellas:

Variantes principales de VRP

1. Capacited VRP (CVRP): Para esta variante del VRP se tiene una capacidad de carga uniforme en los vehículos y se debe minimizar el costo de transporte de atender las demandas conocidas de los clientes [8]. Así, sobre el problema original VRP se añade la restricción de capacidad de que los vehículos poseen una capacidad de carga uniforme de un solo producto.
2. Periodic VRP (PVRP): Es la variante que tiene en cuenta que el periodo se extiende a varios días, y por lo tanto su planificación. En el VRP original, el periodo de planificación es de un día.
3. Heterogeneous Fleet VRP (HFVRP): En este caso, la flota de vehículos es heterogéneas, aparece cuando los diferentes vehículos que conforman la flota difieren en equipamiento, capacidad, antigüedad, estructura de costes o incluso nivel de emisiones, si éstas son consideradas.
4. Split Delivery VRP (SDVRP): En esta variante la restricción que limita la visita de un cliente a una sola vez es eliminada, y por lo tanto, un vehículo pasa a poder visitar a un cliente más de una vez a lo largo del horizonte temporal.
5. Stochastic VRP (SVRP): En este caso, uno o más de los datos que en el VRP original eran conocidos serán en este caso aleatorios. Podrían ser los clientes, las demandas, etc.
6. VRP with Backhauls (VRPB): La particularidad de esta variante es que existe la posibilidad de que se produzca una recogida o entrega de bienes a los clientes.
7. VRP with Pick-Up and Delivering (VRPPD): Como su propio nombre indica, se realiza una recogida de mercancía de ciertos clientes y se reparte en otros.
8. VRP with Satellite Facilities (VRPSF): Es un caso especial ya que se permite el reabastecimiento de vehículos sin necesitar que vuelvan al depósito.
9. VRP with Time Windows (VRPTW): Esta variante introduce las ventanas temporales. Se establece o puede establecerse un intervalo de tiempo en el que se permite o se restringe la entrega de mercancía a los clientes, también pudiendo tener restricciones temporales el acceso de los vehículos al depósito.
10. VRP with Access Time Windows (VRPATW): En el VRPATW se agrega una restricción temporal relacionada con el acceso a ciertas zonas de las ciudades. Este tipo de problemas surge de la restricción por parte de las administraciones locales de acceder a ciertas zonas de la ciudad (principalmente el centro de la ciudad) durante una franja horaria del día determinada debido a razones sociales, ambientales y económicas
11. Multiple Depot VRP (MDVRP): Se dispone de varios depósitos desde los que pueden ser atendidos los clientes. Si es posible separar grupos de clientes que estén cerca de cada depósito, podría resolverse el problema como un conjunto de problemas independientes VRP. En el MDVRP se requiere una asignación de cada cliente a un depósito, además de conocer el número de vehículos establecidos en cada depósito. Un vehículo inicia su ruta en un depósito, atiende a sus clientes y regresa al depósito. Esta última variante del VRP es la que se va a centrar nuestro proyecto de grado.

En general, cada problema VRP de la vida real supone en sí mismo una variante del problema original, ya que cada caso tiene sus características y restricciones propias.

## Multi-Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)

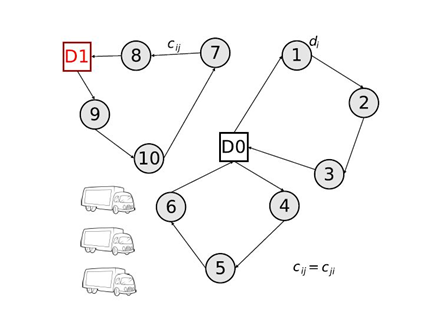
Se considera el ejemplo de la *figura1* para mostrar el problema de enrutamiento de vehículos con múltiples depósitos. En este caso las restricciones son las mismas que para el VRP clásico.

* Cada ruta comienza y termina en el único depósito.
* Cada cliente es visitado por exactamente una ruta.
* La demanda de los clientes visitados en una misma ruta no supere la capacidad .
* Los vehículos parten de un depósito y llegan al mismo luego de finalizar su recorrido.

Dado que es el caso clásico de VRP, y como ya se vieron las variantes de VRP en la sección anterior, es válido suponer las siguientes restricciones (implícitas).

* La flota de vehículos es homogénea
* Los clientes pueden ser visitados en cualquier momento
* El orden de visita de los clientes no es importante
* Los vehículos sólo entregan o sólo reciben carga de los clientes

Como se puede observar las restricciones del VRP también se aplican para el MDVRP y las variantes del VRP vistas anteriormente, como flota heterogénea, time Window, Pick-Up and Delivering, periodic, etc. También se pueden aplicar en MDVRP. En este documento analizaremos soluciones para los distintos casos.



*Figura 1 : Ejemplo de MDVRP con dos depósitos, un vehículo asignado al depósito D1 y dos vehículos asignados al depósito D0. Cij es el costo de ir del cliente i al cliente j. Di son los depósitos y di son los clientes. Se puede observar las rutas determinadas para cada vehículo por lo tanto ilustra una solución del problema*

También es importante notar que al contar con más de un depósito se pueden generar variantes en la que los vehículos tengan que pasar por depósitos particulares en su recorrido o finalizar el recorrido en un depósito distinto al inicial. A esta variante de MDVRP se la conoce como MDVRPI (Multi-Deport Vehicle Routing Problem with Inter-Depot Routes). Existen soluciones para MDVRPI como por ejemplo <http://www.inf.u-szeged.hu/~cimreh/inter.pdf> pero no se analizaran estos casos en este documento ya que no están en el alcance de este proyecto.

Poner la formula de grafos

            Cómo ya se mencionó, el problema MDVRP y sus variantes son problemas NP- Duro, por lo cual cualquier método exacto de resolución llevaría tiempos de procesamiento excesivos. Por esa razón es de principal interés la investigación de Heurísticas para tratar este tipo de problemas.

            Un enfoque que se ha utilizado para este problema es dividir el problema en dos fases. Una primera fase de asignación de clientes a depósitos y una segunda fase en que se determinan las rutas que siguen los vehículos de cada depósito para los clientes asignados (poner referencia a TANSINI…y hay otras más… la de omar viera…). La segunda fase se reduce al problema VRP con un único depósito.

            También se encuentran métodos de resolver el problema con una tercera fase de optimización. Por ejemplo en [Surekha P\* Dr.S.Sumathi] plantea una primera fase en la cual se agrupan los clientes a los depósitos más cercanos, luego se rutea en cada depósito con el método de Clarke and Wright, y luego se distribuyen y optimizan las rutas utilizando un algoritmo de optimización GA(Genetici algorihitn). Explicar este tipo de algoritmo

            Otra variante en los métodos de resolución de MDVRP, es la utilización de “Cellular Ant Algorithm”[poner referencia a Yuanzhi]. En el cual se convierte el problema de multi-deposito, en un problema con un único depósito, asumiendo que hay un único depósito virtual y que cada cliente y depósito es “cliente” del depósito virtual. Partiendo de ese supuesto se aplica luego el algoritmo de optimización. El autor indica cuatro diferencias significativas a tomar en cuenta entre SDVRP y MDVRP con un depósito virtual:

1-El costo desde el depósito virtual al depósito “real” es cero.

2-Un vehículo que parte del depósito virtual solo puede ir a un depósito real.

3-El vehículo termina su recorrido en el depósito real visitado.

4-El vehículo solo puede pasar por un único depósito “real”.

DEBERES

Javier resolución MDVRP

Alejandro VRP, VRP variantes, GA

Fran Formulacion MDVRP

Nombre proyecto: MDVRP

- Indice

- introducción FRAN

- Nombre proyecto: MDVRP

- Indice

- introducción

El problema de distribución y su correcta planificación del transporte es un problema estudiado ampliamente. En la práctica la utilización y asistencia por medio de programas informáticos para el proceso de planeación en casos de distribución ha permitido ahorrar entre un 5% y un 20% en los costos de transporte global. Asi mismo el costo de transporte representa entre el 10% y 20% del costo total de los bienes [1].

FRAN….ejemplo de MDVRP a forma de introducción al problema.

Puntualmente estaremos realizando un estudio de estado del arte del problema de MDVRP (multidepor Veichle routing Problem) que consiste desde un punto de vista muy simplista en el estudio de la distribución de bienes a un conjunto de clientes con varias restricciones importantes las cuales se detallaran a medida que se avance en la introducción del problema.

Para comenzar a hablar del MDVRP, es necesario mencionar previamente los subproblemas que él mismo contiene y el estudio formal de los mismos. Inicialmente el primero problema detectado y estudiado que abarca una pequeña parte del MDVRP es el “Problema del Agente Viajero”. En inglés se lo conoce como TSP (Travelling Salesman Problem).

El “Problema del Agente Viajero” o problema del viajante consiste en determinar la ruta mas corta necesaria para visitar un conjunto de ciudades y regresar a la ciudad de origen. Considerándolo como un problema de Grafos, consiste en encontrar un ciclo simple que visite todos los nodos y cuyo costo total sea mínimo.—referencia.

Dicho problema lo estudiaron ya en 1856 Kirkman y Hamilton y luego Kowalewsky en 1917. No está claro cuándo fue que se trató el problema matemáticamente por primera vez [2]. Un aspecto sumamente importante de este problema es el tiempo de resolución del mismo, en el caso de tener n ciudades la cantidad de posibles rutas son n!/2 [3]. Por lo tanto el uso de de métodos exactos de optimización para resolver este problemas con gran cantidad de ciudades nos darían tiempos de procesamiento muy altos. El Problema del agente viajero es un problema NP-Duro, demostrado por Richard Karp en 1972 [4].

Definición formal de TSP: (grafos)

Continuando con el análisis del los subproblemas de MDVRP y ya siendo presentado el TSP, el siguiente problema es el problema de enrutamiento de veiculos. En inglés se lo conoce como VRP (Vehicle Routing Problem).

Dicho problema se puede ver como el TSP para varios agentes viajeros que parten de la misma ciudad agregando restricciones de capacidad. Consiste en determinar rutas de vehículos para darle servicio a un conjunto de clientes, los cuales tiene una determinada demanda, y los vehículos tienen una determinada capacidad. Dicha generalización del VRP a partir de TSP fue planteada en 1959 en “The Truck Dispatching Problem” por Dantzig y Ramser [3].

Definición formal de VRP: (grafos)

MDVRP es una variante de VRP, en la cuál bla bla bla bla, referencia[] en el anexo I se pueden ver otras variantes de VRP en su forma básica. Continuando así analizando las variantes de MDVRP.

Puntualmente el probema de MDVRP fue planteado por por primera vez en …. Bla bla bla

Definición formal ---Ver celular and colony reference.

MDVRP fue plantedo pr primera vez òr … en ….

---Ver celular and colony reference.

La definion formal del problema.

Definicion Metods exactos y heuristicas, que es cada uno y como se relacionan (en funcion de la solucion y el tiempo).

La resolución de este problema se puede realizar en dos etapas una de zonificación y otra de asignación y una segunda etapa de Ruteo. Otra forma de resolver este problema es de forma unificada, donde la asignación zonificación y ruteo se realizan akl mismo tiempo. En este informe nos enfocaremos en la resolución por etapas pues esta es la sugerencia de los tutores asi como lo recomendado en casos de muchos clientes (poner referencia, ver papers de omar).

-- resoucion unificada de MDVRP y sus variantes. JAVIER

El Chino Yuanzhi Wang propone una resolución unificada en el articulo (RESEARCH OF MULTI-DEPOT VEHICLE ROUTING PROBLEM BY CELLULAR ANT ALGORITHM)

Cómo análisis actual del problema de MDVRP y su resolución en un solo paso, se puede consultar la referencia [poner al chino] en este método se aplica distintas técnicas de resolución generando una solución de un paso. En este caso puntual se resolvió el problema MDVRP para 15 clientes y 3 depósitos obteniendo un resultado factible y eficiente. [ref al chino]

Otra opción es Gallego Mateo IMDVRP, IVNDS (<http://revista.jacobea.edu.mx/n5/3.Desarrollo%20de%20un%20m%C3%A9todo%20h%C3%ADbrido%20para%20la%20resoluci%C3%B3n%20del%20MDVRP%20V2.pdf)>}

(buscar info)

-- resoulucion en dos faces (zonificacion y asignacion) de MDVRP y sus variantes.

---zonificacion yy asignacion

---- zonificacion de MD solo. (Averiguar si hay métodos exactos para zonificación/asignacion)

------ uno de los papers de Omar. ALE

Ejemplo <http://www.laccei.org/LACCEI2012-Panama/RefereedPapers/RP029.pdf> ALE

---- zonificacion de sus variantes

------- el otro paper de Omar (para TW).

------- buscar otras variantes.

Con capacidad <http://www.laccei.org/LACCEI2012-Panama/RefereedPapers/RP029.pdf>

--- Ruteo

Introduccion.

Tecnicas exactas (maestria Alfredo)

* **Heurísticas de construcción.**
* **Heurísticas de dos fases.**

**Heurísticas de mejora iterativa**

Complementar con <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/5166/fichero/Volumen+1%252FCap%EDtulo+4.pdf>

- Explicar VRPTW, CVRP, etc

- Explicar que el MD se aplica para los variantes anteriores.

- Explicar que es el TSP

---- VRP clasico (clark and wite)

---- VRPTW (salomon Y PARAELO)

---- CVRP  (buscar)

---- VRP flota heterogenea ver informe

---Post Optimizacuion

----lamda opt

----no se que genus

# Bibliografía

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | P. Toth y D. Vigo, The Vehicule Routing Problem. |
| [2] | A. Schrijver, «On the History of Combinatorial Optimization,» 1960. |
| [3] | G. B. Dantzig y J. H. Ramser, «The Truck Dispatching Problem,» pp. 80-91, 1959. |
| [4] | R. M. Karp, «Reducibility Among Combinatorial Problemas,» 1971. |